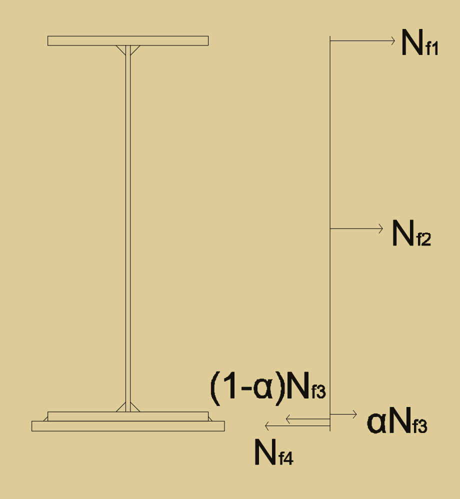
EJERCICIOS DE ESTRUCTURAS METÁLICAS Y MIXTAS II

PROPIEDADES SECCIONALES

por

JORGE CONDE CONDE
ALEJANDRO BERNABEU LARENA
PAULA FUENTES GONZÁLEZ



CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

1-87-02

EJERCICIOS DE ESTRUCTURAS METÁLICAS Y MIXTAS II

PROPIEDADES SECCIONALES

por

JORGE CONDE CONDE
ALEJANDRO BERNABEU LARENA
PAULA FUENTES GONZÁLEZ

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

1-87-02

C U A D E R N O S
D E L I N S T I T U T O
J U A N D E H E R R E R A

NUMERACIÓN

2 Área
51 Autor
09 Ordinal de cuaderno (del autor)

TEMAS

1 ESTRUCTURAS
2 CONSTRUCCIÓN
3 FÍSICA Y MATEMÁTICAS
4 TEORÍA
5 GEOMETRÍA Y DIBUJO
6 PROYECTOS
7 URBANISMO
8 RESTAURACIÓN
0 VARIOS



Ejercicios de Estructuras Metálicas y Mixtas II.
Propiedades seccionales.

Instituto Juan de Herrera.
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
Gestión y portada: Almudena Gil Sancho.
CUADERNO 371.01 / 1-87-02
ISBN-13 (obra completa): 978-84-9728-417-2
ISBN-13: 978-84-9728-419-6
Depósito Legal: M-14571-2012

Presentación

Estos cuadernillos tienen su origen como apoyo docente al Módulo M4 (Estructuras de Acero) del Máster Oficial de Estructuras de Edificación de la ETSAM. Pensamos así mismo que pueden servir de referencia y utilidad a toda persona interesada en el campo de las estructuras metálicas de edificación.

El ejercicio central del módulo es el proyecto completo de una estructura metálica a nivel profesional. Dicho proyecto es desarrollado en grupo por los alumnos, efectuándose un seguimiento continuo del mismo durante el curso. Para garantizar que los alumnos poseen las herramientas necesarias para el trabajo exigido se imparten una serie de clases teóricas alrededor del material acero, que se completan con los presentes ejercicios, planteados como aplicación directa de los conceptos de teoría.

El módulo se estructura en dos grandes unidades conceptuales: el análisis y dimensionado de piezas, y el análisis y dimensionado de nudos. Los ejercicios que se presentan en este primer conjunto de cuadernos corresponden a la primera parte, de análisis de piezas:

I. Determinación de esfuerzos.

II. Propiedades seccionales.

III. Piezas a flexión.

IV. Piezas a compresión.

Los autores confían en poder ofrecer en breve la segunda parte, de nudos y detalles de conexión, cuyo interés es incluso mayor, dada la escasa bibliografía disponible al respecto.

Más allá del seguimiento estricto y de la aplicación directa (y en ocasiones ciega) de la normativa, aunque respetándola, los ejercicios plantean un análisis claro y profundo de los fenómenos que rigen el análisis y dimensionado de una estructura metálica, considerando así mismo las cuestiones y criterios constructivos, fundamentales en el proyecto de cualquier estructura, y más aún si esta es metálica.

En este sentido, el lector observará que, para preservar la unidad, y a pesar de ser enunciados independientes y autónomos, todos los ejercicios giran en torno a un edificio único. Se pretende así que el conjunto de ejercicios abarque las distintas cuestiones y problemas presentes en el proceso habitual de planteamiento, análisis y desarrollo de una estructura metálica.

Agradecemos a Paula Fuentes su sufrida labor, a Santiago Huerta la confianza depositada al designarnos como profesores del módulo y su apoyo en la publicación de estos cuadernos de ejercicios, y a José Luis de Miguel su interés y sus siempre afilados y pertinentes comentarios.

Madrid, febrero 2012

Jorge Conde Conde

Alejandro Bernabeu Larena

INDICE

Enunciado____1

1. Perfil IPE 500____3

2. Perfil armado____10

3. Pieza mixta con perfil IPE-240 a momento positivo_____________15

4. Pieza mixta con perfil IPE-240 en régimen elástico_____________17

5. Pieza mixta con perfil IPE que agote el hormigón_______________22

6. Pieza mixta con perfil IPE-240 a momento negativo_____________23

7. Correa tubo 200.100.4 a flexión esviada_______________________26

Objetivo del ejercicio

Clasificar secciones metálicas y mixtas usuales en edificación, calculando sus constantes mecánicas relevantes.

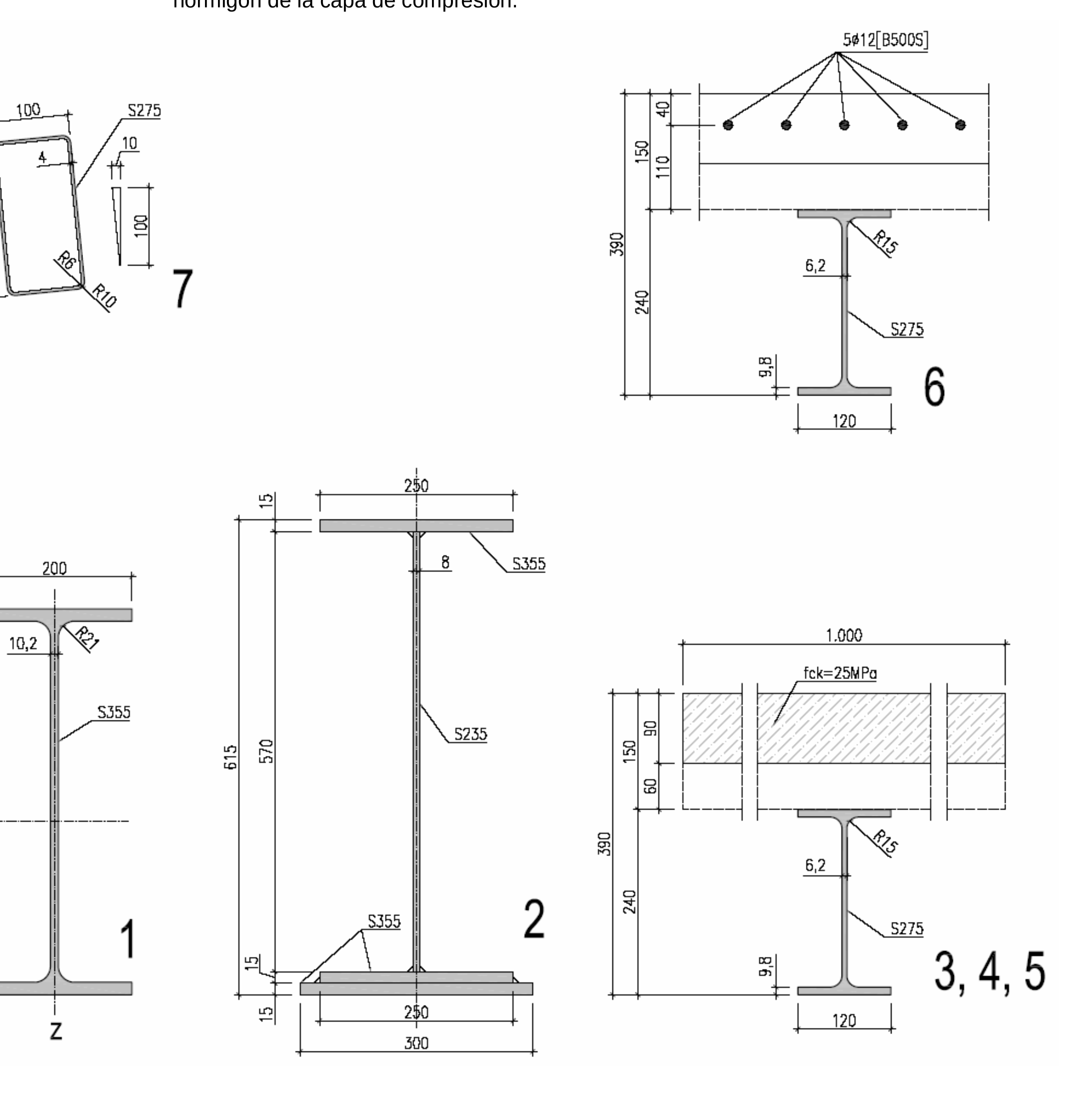
Enunciado

Teniendo en cuenta el material, los datos geométricos y la solicitación predominante indicada en cada caso se clasificará la sección, procediendo a calcular las constantes mecánicas relevantes.

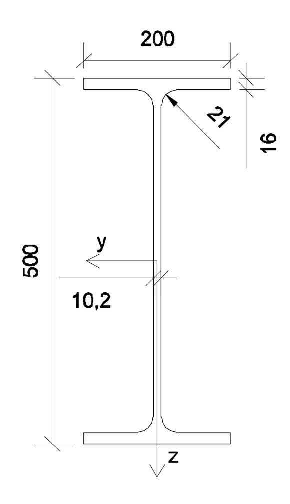
1. Perfil IPE 500, S355, My+
2. Perfil armado, alas S355, alma S235, My-
3. Pieza mixta formada por perfil IPE-240 S275 con capa de compresión, HA-25, My+.
4. La misma pieza que 3) pero en régimen elástico.
5. La misma pieza que 3) cambiando el perfil para agotar el hormigón de la capa de compresión.
6. La misma pieza que 3) a momento negativo My-.
7. Correa tubo 200.100.4 a flexión esviada.

Se recomienda dibujar los diagramas de interacción para los distintos esfuerzos:

– Piezas a flexión simple y: My + Vz
– Piezas a flexión esviada y + z: My + Mz / My + Mz con V



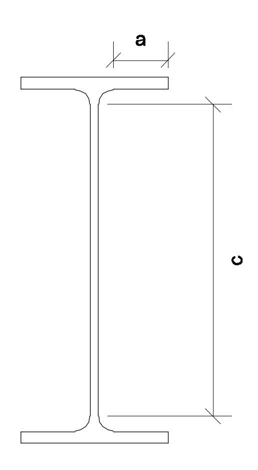
1. Perfil IPE 500, S355, M_y^+



-Clase de la sección:

Para comprobar la clase del perfil, acudimos al punto 5.2.4 del CTE-SE-A

En flexión positiva el ala superior está comprimida y el alma flexionada.



Ala comprimida (tabla 5.4, CTE-SE-A)

a = 0,50 × (200 - 10,2 – 2 × 21) = 73,9 mm

t_f = 16 mm

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 0{,}81$$

9ε = 7,3

a / t_f = 4,61 < 7,3 ⟶ Clase 1

Alma flexionada (tabla 5.3, CTE-SE-A)

$c = 500 - 2 \times 16 - 2 \times 21 = 426$ mm

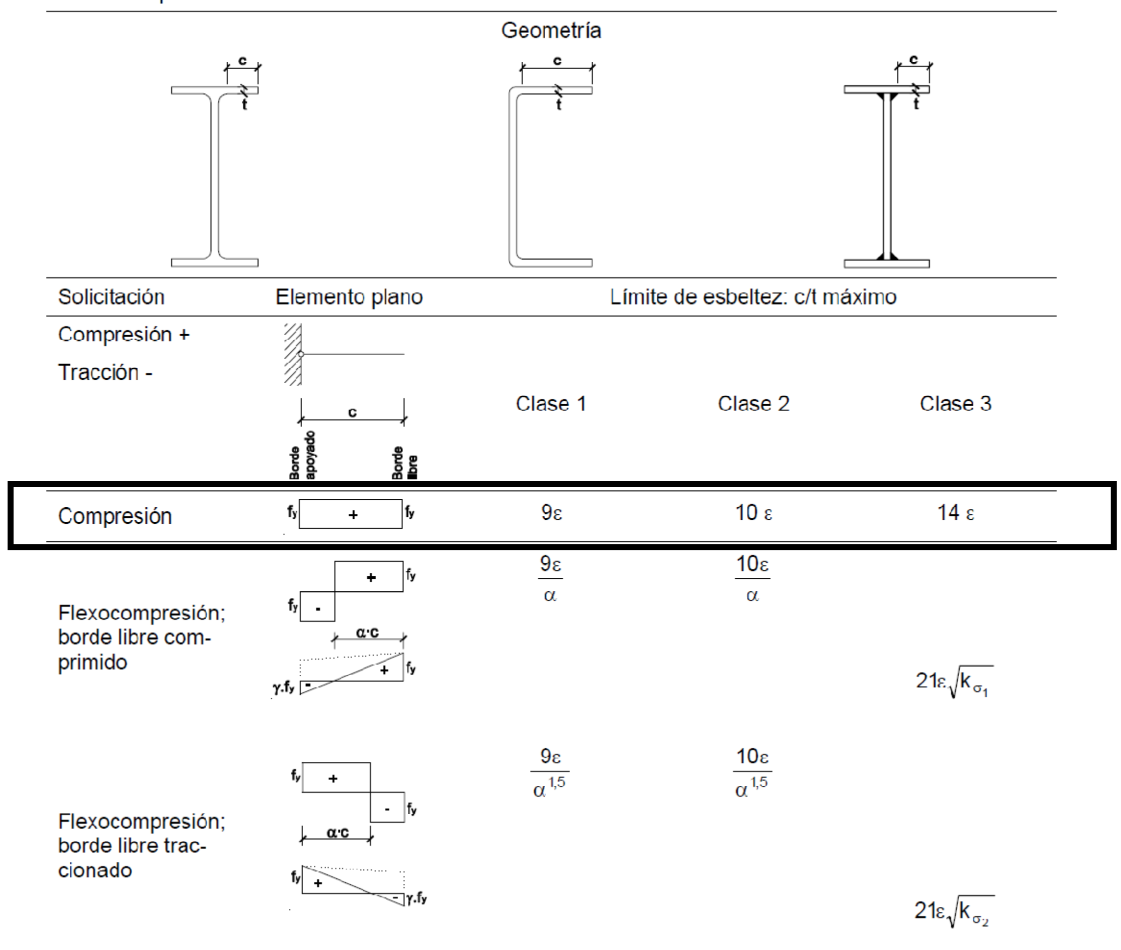
$t_w = 10{,}2$ mm

$72\varepsilon = 58{,}6$

$c / t_w = 41{,}76 < 58{,}6 \longrightarrow$ Clase 1

Es un perfil clase 1.

Tabla 5.4 Límites de esbeltez para elementos planos, apoyados en un borde y libre el otro, total o parcialmente comprimidos.



Solicitación	Elemento plano	Límite de esbeltez: c/t máximo		
Compresión + / Tracción -	Borde apoyado – c – Borde libre	Clase 1	Clase 2	Clase 3
Compresión	f_y + f_y	9ε	$10\,\varepsilon$	$14\,\varepsilon$
Flexocompresión; borde libre comprimido	[diagram] $\alpha \cdot c$, $\gamma \cdot f_y$, f_y	$\frac{9\varepsilon}{\alpha}$	$\frac{10\varepsilon}{\alpha}$	$21\varepsilon\sqrt{k_{\sigma_1}}$
Flexocompresión; borde libre traccionado	[diagram] $\alpha \cdot c$, f_y, $\gamma \cdot f_y$	$\frac{9\varepsilon}{\alpha^{1,5}}$	$\frac{10\varepsilon}{\alpha^{1,5}}$	$21\varepsilon\sqrt{k_{\sigma_2}}$

Coeficientes de abolladura k_{σ_1} y k_{σ_2} en función de ψ, siendo ψ la relación de las tensiones en los bordes (compresión positiva):

$k_{\sigma_1} = 0{,}57 - 0{,}21\,\psi + 0{,}07\,\psi^2$ para $1 \geq \psi \geq -3$

$k_{\sigma_2} = 0{,}578/(0{,}34 + \psi)$ para $1 \geq \psi \geq 0$

$k_{\sigma_2} = 1{,}7 - 5\,\psi - 17{,}1\,\psi^2$ para $0 \geq \psi \geq -1$

Factor de reducción $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$

CTE-SE-A, tabla 5.4

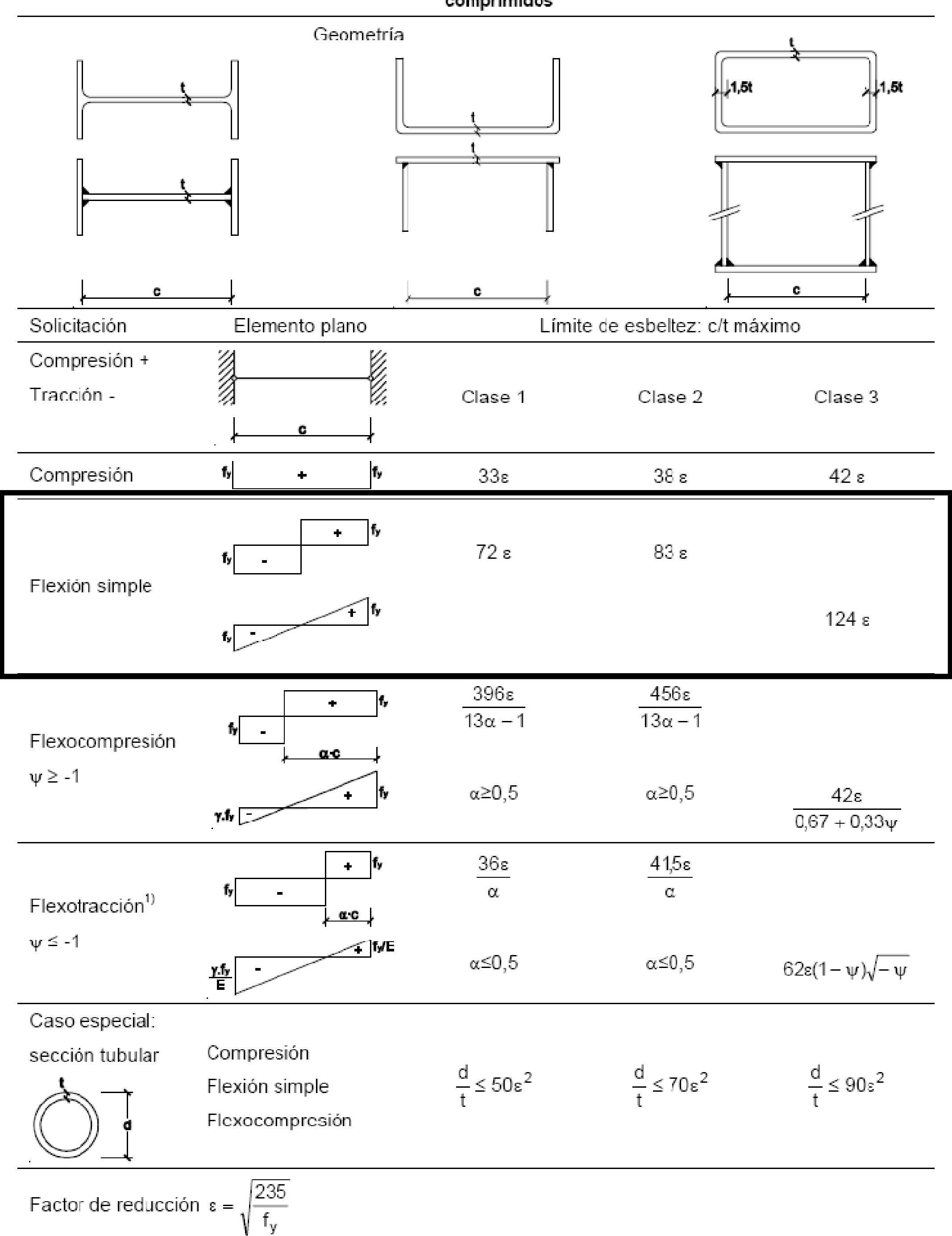


Tabla 5.3 Límites de esbeltez para elementos planos, apoyados en dos bordes, total o parcialmente comprimidos

Geometría

Solicitación	Elemento plano	Límite de esbeltez: c/t máximo		
Compresión + Tracción -		Clase 1	Clase 2	Clase 3
Compresión		33ε	38ε	42ε
Flexión simple		72ε	83ε	124ε
Flexocompresión $\psi \geq -1$		$\frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ $\alpha \geq 0{,}5$	$\frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ $\alpha \geq 0{,}5$	$\frac{42\varepsilon}{0{,}67 + 0{,}33\psi}$
Flexotracción[1)] $\psi \leq -1$		$\frac{36\varepsilon}{\alpha}$ $\alpha \leq 0{,}5$	$\frac{41{,}5\varepsilon}{\alpha}$ $\alpha \leq 0{,}5$	$62\varepsilon(1-\psi)\sqrt{-\psi}$
Caso especial: sección tubular	Compresión Flexión simple Flexocompresión	$\frac{d}{t} \leq 50\varepsilon^2$	$\frac{d}{t} \leq 70\varepsilon^2$	$\frac{d}{t} \leq 90\varepsilon^2$

Factor de reducción $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$

1) $\psi \leq -1$ es aplicable a los casos con deformaciones unitarias que superen las correspondientes al límite elástico

CTE-SE-A, tabla 5.3

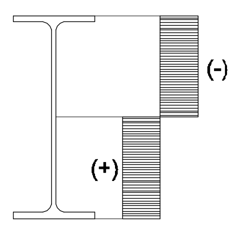
-Cálculo en régimen plástico:

$f_{yd} = \dfrac{355}{1,05} = 338,10$ MPa

$A_{fs} \approx 200 \times 16 = 3200$ mm^2 $\longrightarrow$ $N_{fs,Rd} = 1081,9$ kN

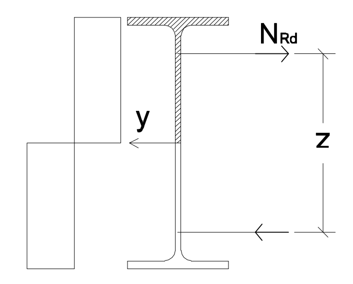
$A_w \approx (500 - 2 \times 16) \times 10,2 = 4773,6$ mm^2 $\longrightarrow$ $N_{w,Rd} = 1613,9$ kN

$A_{fi} = A_{fs}$ $\longrightarrow$ $N_{fi,Rd} = 1081,9$ kN



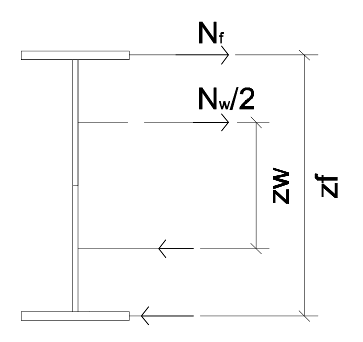
$A_{tot} = 11174$ mm^2 (según el prontuario son 11600 mm2, porque aquí no hemos considerado los acuerdos de las alas)

Cálculo del momento plástico:



En agotamiento, las áreas por encima y debajo de la fibra neutra tienen que ser iguales. Cada área tiene A/2 y se sitúa a una distancia z/2 del eje neutro.

El producto A/2×z/2 es el momento estático de media sección S_y. El módulo plástico es $2S_y$.

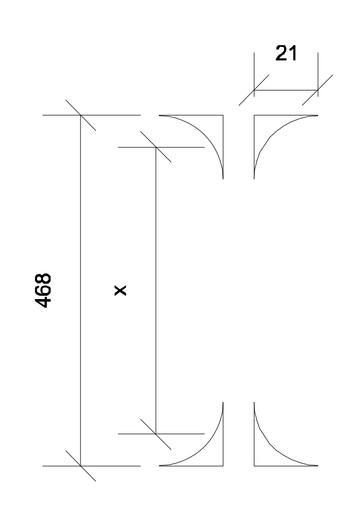


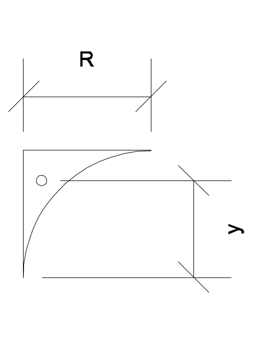
Capacidad de las alas $M_{f,Rd} = N_{f,Rd} \times z_f = 523{,}64$ kNm

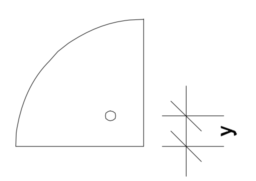
Capacidad del alma $M_{w,Rd} = \frac{N_{w,Rd}}{2} \times z_w = 188{,}82$ kNm

$M_{pl,Rd} = 712{,}47$ kNm $\longrightarrow$ $W_{pl} = \frac{M_{pl,Rd}}{f_{yd}} = 2107$ cm^3, consultando el prontuario nos da $W_{pl} = 2194$ cm^3 $\longrightarrow$ $M_{pl,Rd} = 741{,}79$ kNm

La diferencia viene por el radio de acuerdo







$$A_R = (2 \times 21) \times 21 - \frac{\pi \times 21^2}{2} = 189{,}28\text{mm}^2$$

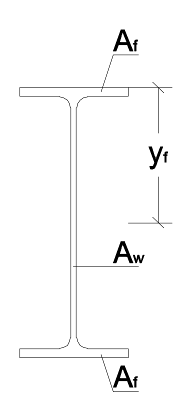
$$x = 426 + 2 \times \frac{2 \times 21}{12 - 3\pi} = 458{,}62\text{mm}^2$$

$W_{pl,R} = 86{,}81\text{cm}^3$

$M_{R,pl,Rd} = 29{,}35\text{kNm}$

-Cálculo en régimen elástico:

Inercia: perfil simétrico, sabemos a priori cuál es el centro de gravedad.



$A_f = 3200\ mm^2;\qquad y_f = \frac{500}{2} - \frac{16}{2} = 242\ mm;\qquad I_f = \frac{200 \times 16^3}{12} = 68267\ mm^4$

$A_w = 4773{,}6\ mm^2;\qquad y_w = 0\ ;\qquad I_w = \frac{468^3 \times 10{,}2}{12} = 87127747\ mm^4$

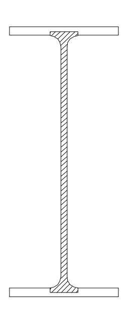
$I_y = 2I_f + I_w + 2A_f y_f^2 = 46207\ cm^4$, según el prontuario 48200 cm^4.

$W_{el,y} = \frac{I_y}{y_{max}} = \frac{I_y}{h/2} = 1848\ cm^3$, según el prontuario 1928 cm^3.

$\psi_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} = 1{,}14$

-Cálculo de la resistencia a cortante:

Según CTE, 6.2.4. Resistencia de las secciones a corte, punto 1 (y EC3)



$A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r) \times t_f = 60{,}35\ cm^2$, se toma algo más que el área del alma.

$$V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = 1178\ kN \qquad (6.4)$$

Según criterios clásicos

$A_v \approx h_w t_w = A_w$

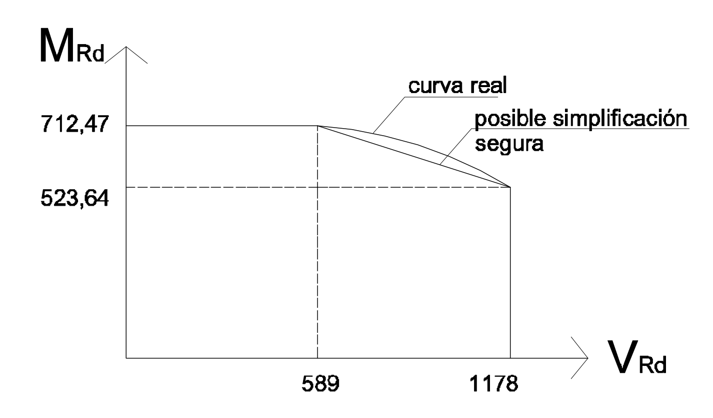
$V_{pl,Rd} = 931{,}8\ kN$

-Interacción flector-cortante:

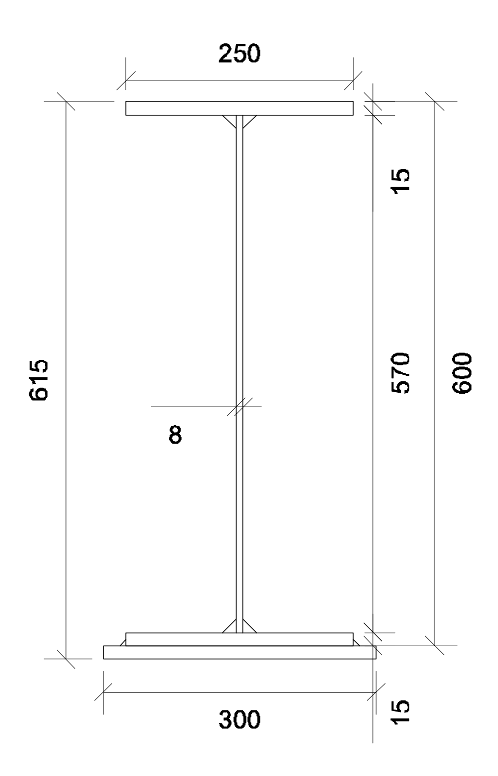
Según CTE, 6.2.8, punto 2: mientras $V_{Ed} \leq 0{,}5V_{pl,Rd}$ no hay interacción, cuando $V_{Ed} \geq 0{,}5V_{pl,Rd}$ se calcula una tensión reducida para el alma a flexión.

$\rho = (\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1)^2$ ((6.13), CTE-SE-A, 6.2.8 Interacción de esfuerzos en secciones, punto 2)

Para $V_{Ed} = V_{pl,Rd}$ ⟶ $\rho = 1$, entonces consideramos que solamente las alas trabajan a flexión: $M_{pl,\,Rd} = M_{f,Rd}$ = 523,64 kNm



2. Perfil armado, alas S355, alma S235, M_y^-



-Clase de la sección:

A momento negativo las chapas del ala inferior están comprimidas (tabla 5.4, CTE-SE-A) y el alma flexionada.

Chapa superior del ala inferior:

$c = 0,50 \times (250 - 8) = 121$ mm

$t_f = 15$ mm

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 0,81$$

$10\varepsilon = 8,1$

$c / t_f = 8,07 < 8,1$ ⟶ Clase 2

Chapa inferior del ala inferior (tabla 5.3, CTE-SE-A)

$c = 250$

$t_f = 15$ mm

$33\varepsilon = 26,7$

$c / t_f = 16{,}67 < 26{,}7 \longrightarrow$ Clase 1

Alma (tabla 5.3, CTE-SE-A)

$c = 570$

$t_w = 8$ mm

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 1$$

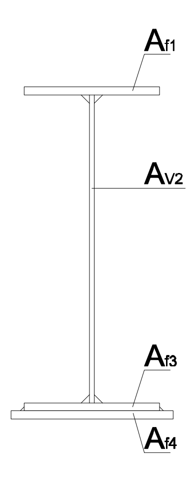
$72\varepsilon = 72$

$c / t_w = 71{,}25 < 72 \longrightarrow$ Clase 1

El perfil se clasifica como clase 2, que es la más desfavorable.

En realidad para clasificar el alma habría que calcular estrictamente la posición de la fibra neutra. No obstante en este caso la zona comprimida es menor por lo que se puede clasificar directamente. Las almas esbeltas no son habituales en edificación.

-Cálculo en régimen plástico:



	b	h	A=bh	z	Az	I_0	$I=I_0+A(z-z_g)^2$
1	25	1,5	37,5	0,75	28,1	7,0	53039,9
2	0,8	57	45,6	30	1368	12346,2	15530,1
3	25	1,5	37,5	59,25	2221,9	7,0	16378,0
4	30	1,5	45,0	60,75	2733,8	8,4	22575,6
			165,6		6352		107523,6

Sin la platabanda inferior la fibra neutra estaría en el centro. Con la platabanda se desplaza hacia abajo.

N_{f1d}= 1267,9 kN

N_{f3d} = 1267,9 kN

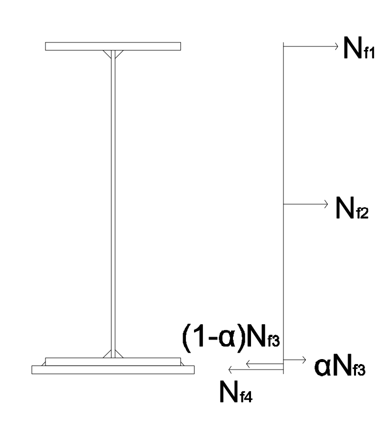
N_{f4d} = 1521,4 kN

N_{w2d} = 1020,53 kN

Vemos que $N_{f1d} + N_{w2d} < N_{f3d} + N_{f4d}$, por tanto la fibra neutra está en la platabanda 3.

$N_{f1d} + N_{w2d} + \alpha N_{f3d} = (1 - \alpha) N_{f3d} + N_{f4d}$ ⟶ α=0,19752 ⟶

$15\alpha = 2{,}96$ mm



$M_{pl,Rd} \approx 1267{,}9 \times (58{,}8 - 0{,}75) + 1020{,}53 \times (58{,}8 - 30) + 1521{,}4 \times (60{,}75 - 58{,}65) - 1267{,}9 \times$

$\times (1 - 0{,}1975) \times (59{,}4 - 58{,}8) = 1066$ kNm

-Cálculo en régimen elástico:

Si la chapa central es S355 como las demás, entonces:

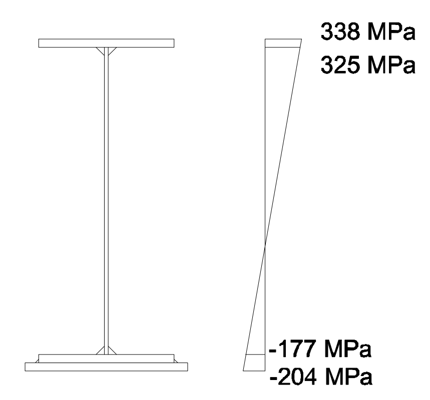
$W_{El,y} = \frac{I_y}{z} = 2803\ cm^3$ (fibra superior)

$W_{El,y} = \frac{I_y}{z} = 4646\ cm^3$ (fibra inferior)

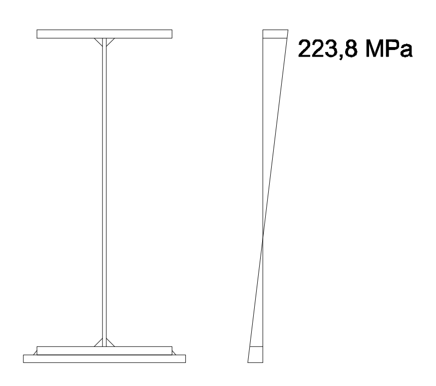
$M_{El,Rd} = W_{min} f_{yd} = 947{,}7$ kNm

$$W_{w,\ sup} = \frac{107523{,}6}{38{,}36-1{,}5} = 2917\ cm^3$$

$$W_{w,\,inf} = \frac{107523,6}{58,5\text{-}38,36} = 5339\ cm^3$$



Si la chapa del alma es S235 entonces la fibra más limitativa es la superior del alma.



$$M_{El,\,Rd} = 223,8\frac{N}{mm^2} \times 2917cm^3 = 652,85\ kNm$$

Al tener dos materiales distintos no tiene sentido hablar de módulo elástico ni plástico, sino de resistencia de la sección.

-Resistencia a cortante:

$A_v = \sum d \times t = 57 \times 0,8 = 45,6\ cm^2$ (6.2.4 Punto 1, para secciones armadas)

$V_{pl,Rd} = \frac{A_v f_y}{\sqrt{3}\gamma_{M0}} = 45,6 \times 12,9 = 589\ kN$ (6.4)

-Interacción cortante-flector:

$0,5V_{pl,Rd} = 294,6\ kN$

$N_{f1d} = 1267,9\ kN$

$N_{f3d} = 1267,9\ kN$

$N_{f4d} = 1521,4$ kN

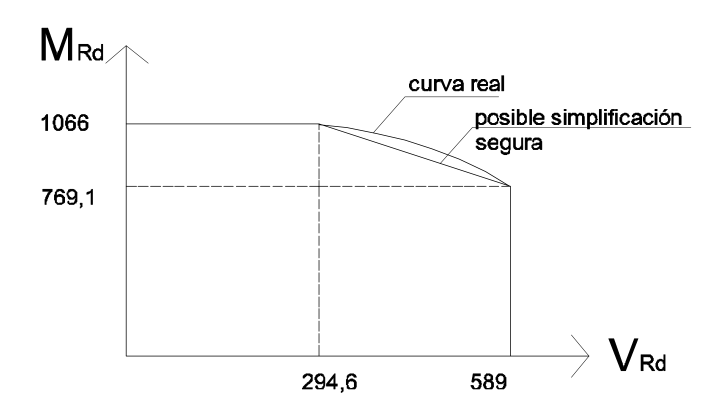
$N_{f1d} + \alpha N_{f3d} = (1 - \alpha)N_{f3d} = (1 - \alpha)N_{f3d} + N_{f4d}$

$\alpha = 0,59 \sim 0,60$

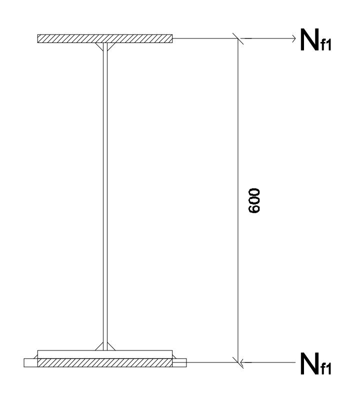
$0,60 \times 15 = 9$

$M_{f,plRd} = 1267,9 \times (59,4 – 0,75) + 1521,4 \times (60,75 – 59,4) + 1267,9 \times 0,60 \times 0,45) +$

$+ 1267,9 \times 0,40 \times 0,30 = 769,1$ kNm



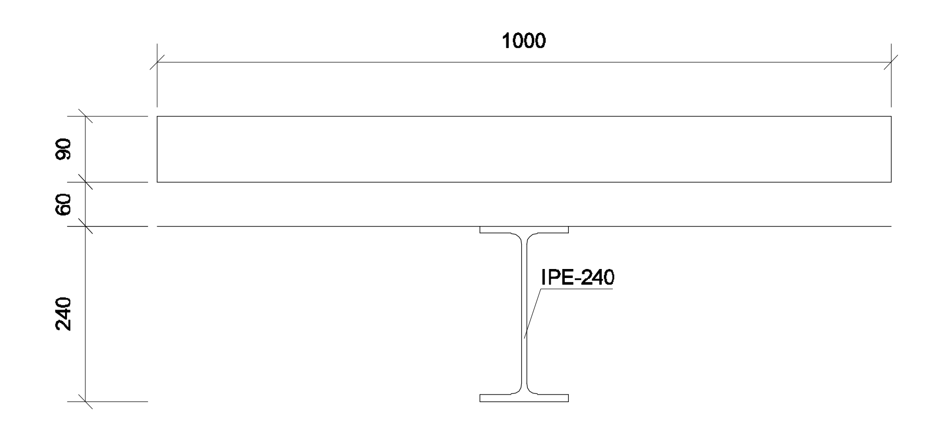
Otro enfoque plástico más sencillo sería ignorar parte de la sección para simplificar:



$M^{*}_{fRd} \approx 1267,9 \times (61,5 - 1,5) = 760,7$ kNm

Se obtiene un resultado seguro y rápido.

3. Pieza mixta formada por perfil IPE-240 S275 con capa de compresión, HA-25, M_y^+



Acero S275

f_y = 275 MPa

f_{yd} = 261,9 MPa

τ_{Rd} = 151,2 MPa

Hormigón HA-25

f_{ck} = 25 MPa

f_{cd} = 16,67 MPa

φ = 2,00

Perfil IPE-240

h = 240 mm

b = 120 mm

t_f = 9,8 mm

t_w = 6,2 mm

r = 15 mm

I_y = 3892 cm^4

A = 3910 mm

W_{El} = 324,3 cm^3

W_{pl} = 366,6 cm^4

$M_{pl,a,Rd}$ = 96,01 kNm

$M_{El,a,Rd}$ = 84,93 kNm

-Clase de la sección

Ala comprimida: según EC4 el ala conectada puede considerarse clase 1. Si la clasificamos:

$$a = \frac{120 - 6,2}{2} = 56,9 \text{ mm}$$

$a / t_f = 2,81 < 9\varepsilon = 8,3 \longrightarrow$ clase 1 (Tabla 5.4, CTE-SE-A)

-Ala flectada: lo más probable es que el alma esté traccionada, por tanto no es aplicable el concepto de clase. No obstante, si la clasificáramos,

$c = 240 – 2 \times 9,8 – 2 \times 1,5 = 190,4$

$t_w = 6,2$

$c / t_w = 30,71 < 72\varepsilon \longrightarrow$ clase 1 (Tabla 5.3, CTE-SE-A)

Calculamos el área equivalente de hormigón si tuviera el mismo módulo de elasticidad que el acero. Necesitamos por tanto los coeficientes de equivalencia:

$$E_{c,28} = 22 \times \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} = 22 \times \left(\frac{25 + 8}{10}\right)^{0,3} = 31 \text{ GPa}$$

$$E_{c,\infty} \approx \frac{E_{c,28}}{3} = 10,5 \text{ GPa}$$

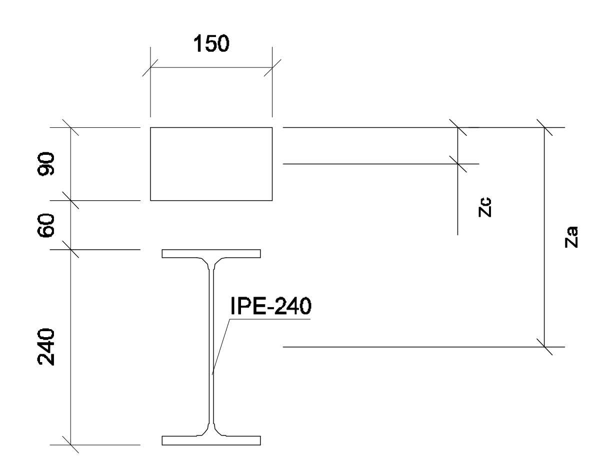
$$n_{El,28} = \frac{E_a}{E_{c,28}} = \frac{210}{31} = 6,67$$

$$n_{El,\infty} = \frac{E_a}{E_{c,\infty}} = \frac{210}{10,5} = 20,32$$

$$n_{pl,\infty} = \frac{f_y / \gamma_{M,0}}{0,85 f_c / \gamma_c} = \frac{261,9}{0,85 \times 16,67} = 18,49$$

4. Pieza mixta formada por perfil IPE-240 S275 con capa de compresión, HA-25, M_y^+, régimen elástico

-Cálculo en régimen elástico a corto plazo:



$$b_{c,eq} = \frac{1000}{6,67} = 149,9 \text{ mm}$$

$$A_{c,eq} = 14,99 \times 9 = 134,9 \text{ cm}^2$$

$$z_{c,eq} = 45 \text{ mm}$$

$$A_a = 39,1 \text{ cm}^2$$

$$z_a = 15,0 + 12,0 = 27 \text{ cm}$$

$$A_{tot,eq} = 134,9 + 39,1 = 174 \text{ cm}^2$$

$$I_{c,eq} = \frac{14,99 \times 9^3}{12} = 910,6 \text{ cm}^4$$

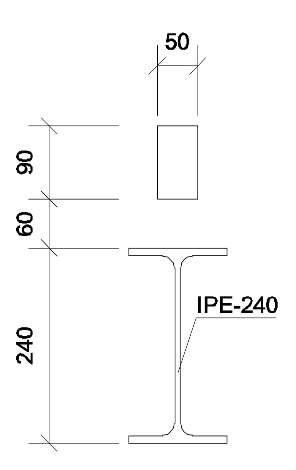
$$\sum A \times z = 607 + 1055 = 1662,7 \text{ cm}^3$$

$$z_{cdg} = \frac{1662,7}{174} = 9,56 \text{ cm}$$

$$I^{28} = 910,6 + 3892 + 134,9 \times (9,56 - 4,50)^2 + 39,1 \times (9,56 - 2,7)^2 = 20149 \text{ cm}^4$$

$$EI_{eq}^{28} = E_a I^{28} = 42313 \text{ kNm}^2$$

-Cálculo en régimen elástico a largo plazo:



$b_{c,eq} = 50$ mm

$A_{c,eq} = 45$ cm^2

$z_{c,eq} = 45$ mm

$A_{c,eq} \times z_{c,eq} = 202{,}3$ cm

$A_{tot,eq} = 45 + 39{,}1 = 84{,}1$ cm^2

$$I_{c,eq} = \frac{5 \times 9^3}{12} = 303{,}75 \text{ cm}^4$$

$$\sum A \times z = 202{,}3 + 1055 = 1275{,}3 \text{ cm}^3$$

$$z_{cdg} = \frac{1275{,}3}{84{,}1} = 14{,}95 \text{ cm}$$

$$I_{eq}^{\infty} = 303{,}75 + 3892 + 45 \times (4{,}5 - 14{,}95)^2 + 39{,}1 \times (27 - 14{,}95)^2 = 14787 \text{ cm}^4$$

$EI_{eq}^{\infty} = E_a I_{eq}^{\infty} = 31053$ kNm^2

-Resumen

Perfil solo:
$EI_a = 8173$ kNm^2

Viga mixta, 28:
$EI_{eq}^{28} = 42313$ kNm^2

Viga mixta, ∞:
$EI_{eq}^{\infty} = 31053$ kNm^2

$\frac{EI_{eq}^{\infty}}{EI_a} = 3{,}8$, gran ganancia de rigidez

Tensiones en régimen elástico a corto plazo:

$W_{1,eq} = \frac{20149}{9{,}56} = 2107{,}6 \text{ cm}^3 \longrightarrow W_{1,c} = W_{1,eq} n_{el,28} = 14056 \text{ cm}^3$

$W_{2,eq} = \frac{20149}{0{,}56} = 35980{,}4 \text{ cm}^3 \longrightarrow W_{2,c} = 239989 \text{ cm}^3$

$W_{3,eq} = \frac{20149}{5{,}44} = 3703{,}9 \text{ cm}^3$

$W_{4,eq} = \frac{20149}{29{,}44} = 684{,}41 \text{ cm}^3$

$\sigma_{c,1} = \frac{M}{W_{1,eq}} \times \frac{1}{n_{el,28}} \longrightarrow W_1 = W_{1,eq} \times n_{el,28}$

¿Cuál es la fibra que domina el problema?

$\sigma_{c,mx} = \frac{M}{14056} \leq 0{,}85 f_{cd} = 14{,}2\text{MPa} \longrightarrow M \leq \frac{14056 \text{ cm}^3 \times 1{,}42\text{kNm}}{100\text{cm/m}} = 199 \text{ kNm}$

$\sigma_{a,mx} = \frac{M}{684{,}41} \leq f_{yd} = 261{,}9 \text{ MPa} \longrightarrow M \leq \frac{684{,}4 \text{ cm}^3 \times 26{,}19\text{kNm}}{100\text{cm/m}} = 179{,}25 \text{ kNm}$

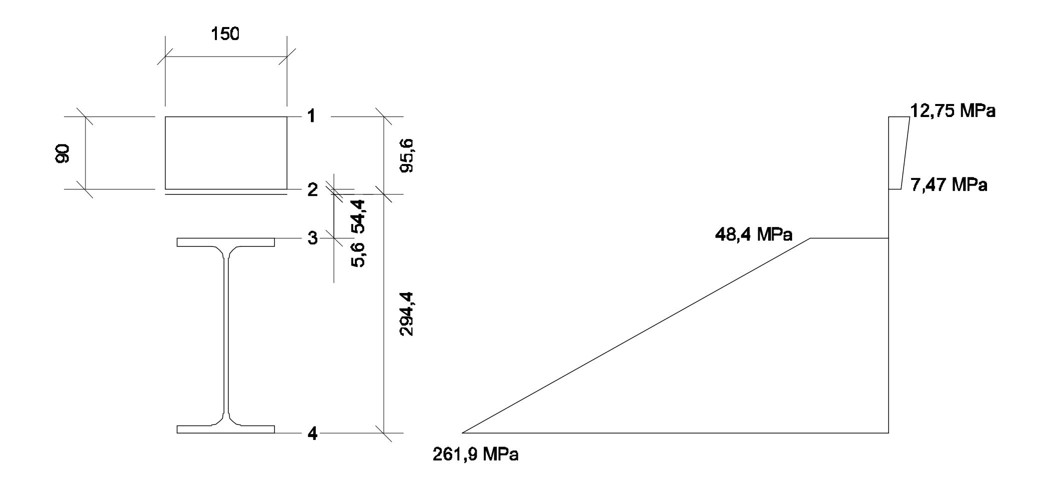
$M_{El,Rd} = 179{,}58$ kNm

$\sigma_{c,1} = 12{,}75$ MPa

$\sigma_{c,2} = 7{,}47$ MPa

$\sigma_{a,3} = 48{,}4$ MPa

$\sigma_{a,4} = 261{,}9$ MPa



-Cálculo en régimen plástico:

$n_{pl} = 18,49$

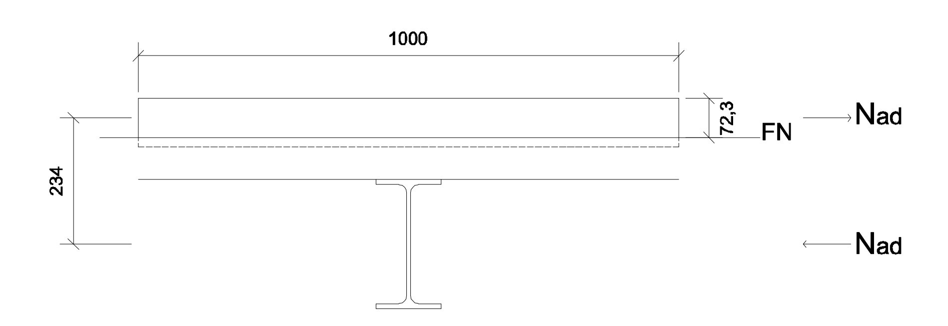
$b_{c,eq,pl} = 5,4$ cm

$A_{c,eq} = 48,69$ cm^2

$A_a = 39,1$ cm^2

Como $A_{c,eq} > A_a$, es obvio que la fibra neutra estará en el hormigón

$A_c = A_a = 39,1 \longrightarrow x = 9 \times \frac{39,1}{48,69} = 7,23$ cm



$$N_{ad} = 39,1 \times \frac{261,9}{10} = 1024 \text{ kN}$$

$M_{pl,\,Rd} = 1024 \times 0,234 = 239,5$ kNm

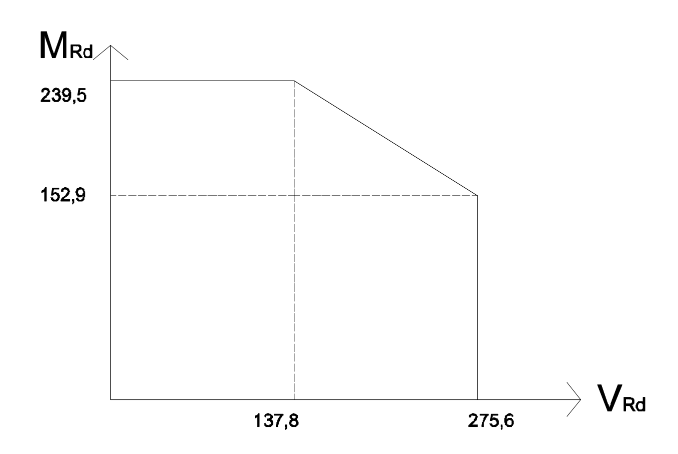
$\frac{M_{pl}}{M_{EL}} = \psi = 1{,}34$

-Cortante:

$A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r) \times t_f = 19{,}1 \text{ cm}^2$

$V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = 275{,}6 \text{ kN}$ (6.4)

$0{,}5V_{pl,Rd} = 137{,}8 \text{ kN}$



$A_{f1} = 11{,}8 \text{ cm}^2$

$N_{f1d} = 308 \text{ kN} = N_{f2d}$



$x = \frac{11{,}8 \times 2}{48{,}69} \times 9 = 4{,}36 \text{ cm}$

$z = 39 - 12 - \frac{4{,}36}{2} = 24{,}82 \text{ cm}$

$M_{f,pl,Rd} = 0,248 \times (308 \times 2) = 152,9$ kNm

5. Pieza mixta formada por perfil IPE, S275 con capa de compresión, HA-25, M_y^+, con un perfil que agote el hormigón:

$A_{c,eq} = 48,69 \text{ cm}^2 \longrightarrow A_a \geq A_{c,eq} \longrightarrow$ IPE-300

Repitiendo el cálculo sale:

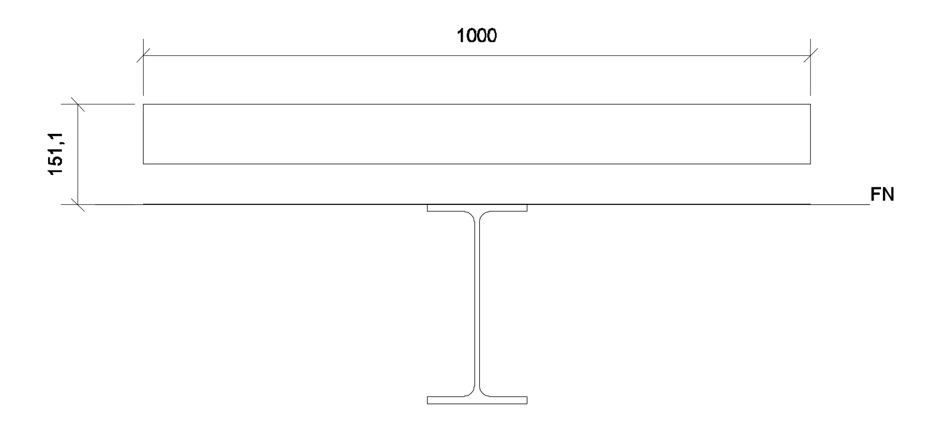
$M_{pl,Rd} = 337,6$ kNm

$V_{pl,Rd} = 369,8$ kN

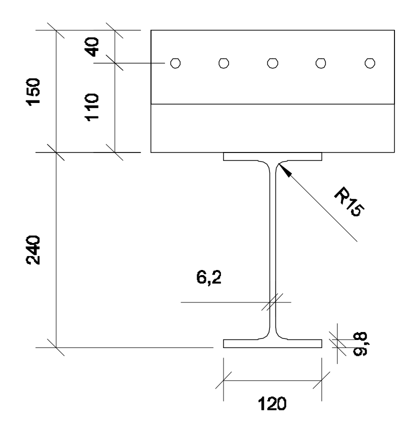
$M_{f,pl,Rd} = 227,3$ kNm

$EI_{28} = 69876 \text{ kNm}^2$

$EI_{\infty} = 50328 \text{kNm}^2$



6-Pieza mixta formada por perfil IPE-240 S275 con capa de compresión, HA-25, M_y^-



$A_s = 5 \times 1{,}13 = 5{,}65\ cm^2$

$A_a = 39{,}1\ cm^2$

$A_{f1} = 11{,}8\ cm^2$

$A_v = 13{,}7\ cm^2$

$A_{f2} = 11{,}8\ cm^2$

$f_{sk} = 500\ N/mm^2$

$f_{sd} = 434{,}78\ N/mm^2$

$E_s = 210\ GPa$

Sección "naturalmente homogénea"

$$z_g = \frac{39{,}1 \times 23}{(39{,}1 + 5{,}65)} = 20{,}1\ cm$$

$I_y = 3892cm^4 + 5{,}65 \times 20{,}1^2 + 39{,}1(20{,}1 - 23)^2 = 6503\ cm^4$

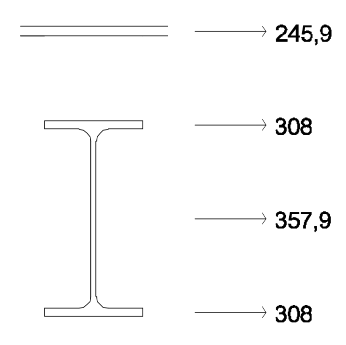
$EI = 13657\ kNm$

-Clase de la sección

Ala comprimida: clase 1

Alma comprimida: $c / t_w = 30{,}71 > 30{,}5$ ⟶ Clase 2

El perfil es clase 2.



$N_{sd} = 5{,}65 \times 43{,}48 = 245{,}86$ kN

$245{,}9 + 308 + \alpha 357{,}9 = (1 - \alpha)357{,}9 + 308$

$\alpha = 0{,}156$

$\alpha 220{,}4 = 34{,}38$

$(1 - \alpha)220{,}4 = 186{,}02$ mm

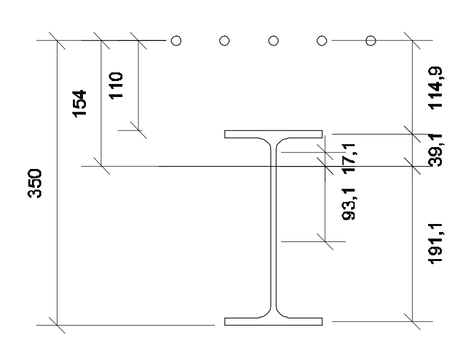
$Zn = 110 + 9{,}8 + 220{,}4 \times 0{,}156 = 154$ mm, desde la armadura

$357{,}9\alpha = 55{,}83$ kN

$357{,}9(1 - \alpha) = 302{,}07$ kN

$$M_{pl,Rd} = 245{,}9 \times 0{,}154 + 308 \times 0{,}0391 + 55{,}83 \times \frac{0{,}0344}{2} + 302{,}07 \times \frac{0{,}186}{2} +$$

$$+ 308 \times 0{,}191 = 137{,}9 \text{ kNm}$$



-Cortante:

$V_{pl,Rd} = 275{,}6$ kN

$0{,}5V_{pl,Rd} = 137{,}8$ kN

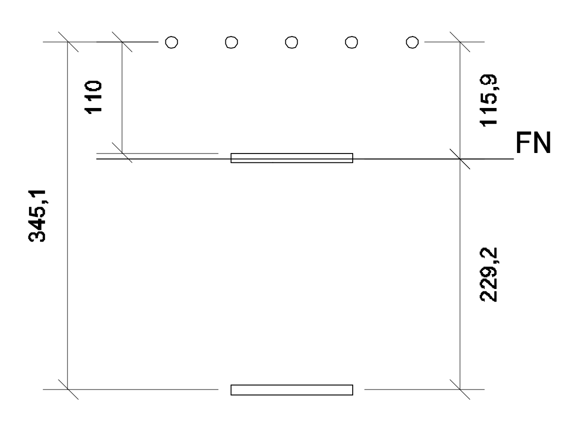
$245{,}9 + 308\alpha = (1 - \alpha)308 + 308$

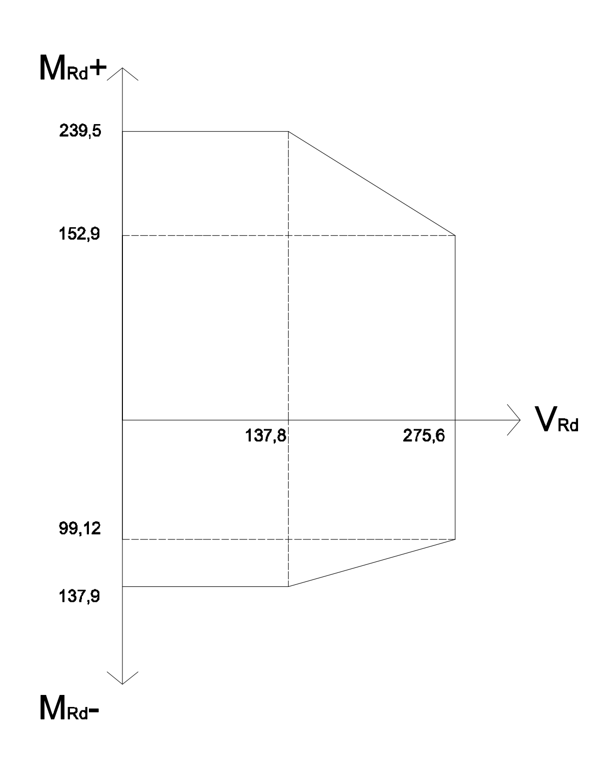
$\alpha = 0{,}60$

$9{,}8\alpha = 5{,}88$

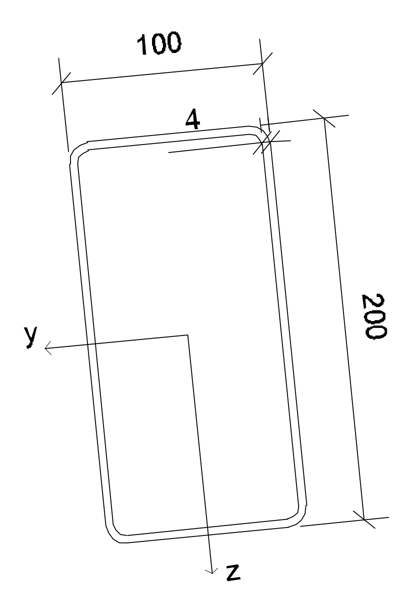
$9{,}8\ (1 - \alpha) = 3{,}92$

$M_{f,pl,Rd} = 245{,}9 \times 0{,}116 + 308 \times 0{,}229 = 99{,}12\text{kNm}$





7-Correa tubo 200.100.4 a flexión esviada



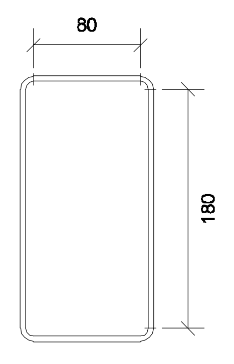
Las propiedades mecánicas de los tubos están tabuladas.

RHS 200.100.4

A=22,9 cm^2

	I (cm^4)	W_{el} (cm^3)	W_{pl} (cm^3)
y	1200	120	148
z	411	82,2	91,7

-Clase de perfil:



Ala

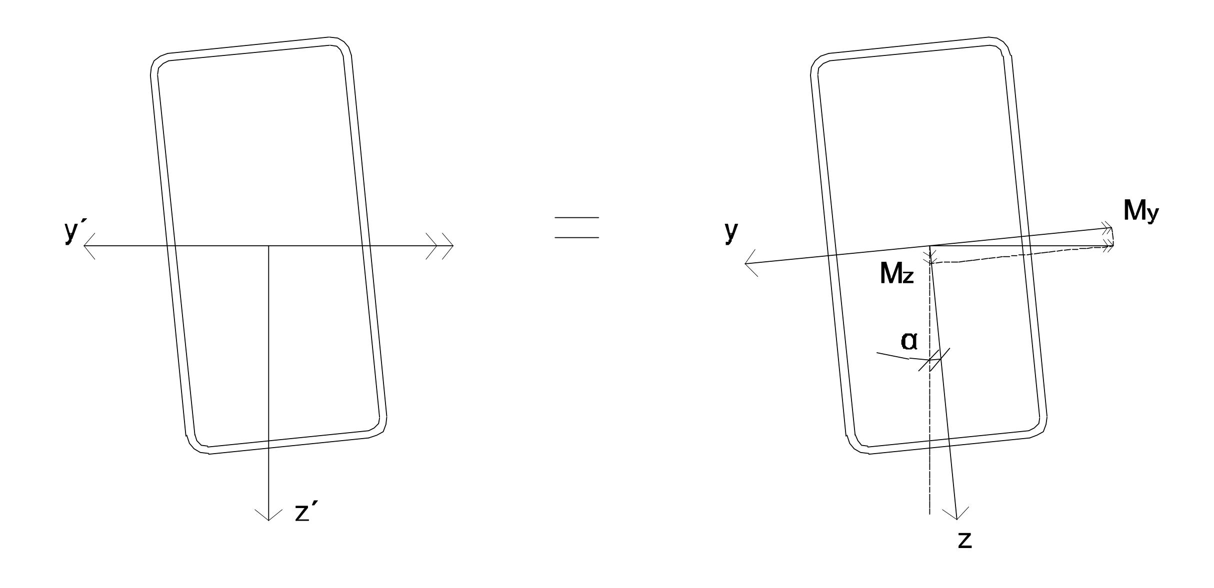
$b / t_f = 20 < 30{,}5$ ⟶ Clase 1

Alma

$b / t_f = 45 < 72$ ⟶ Clase 1

$$f_{yd} = \frac{275}{1{,}05} = 261{,}9 \text{ MPa}$$

La flexión esviada puede verse como la unión de dos flexiones en planos ortogonales.



$\alpha = \frac{\text{arctg}1}{10} = 5{,}71^{\circ}$, con cosα=0,995 y senα=0,0995

-Régimen elástico

$M_{el,y,Rd} = W_{el,y} \times f_{y,d} = 31{,}43$ kNm

$M_{el,z,Rd} = W_{el,y} \times f_{y,d} = 21{,}53$ kNm

-Interacción en régimen elástico

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{el,R,dy}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{el,R,dz}} \leq 1$$

Interacción lineal, como
$M_{y,Ed} = M_{Ed}\cos\alpha \approx M_{Ed}$

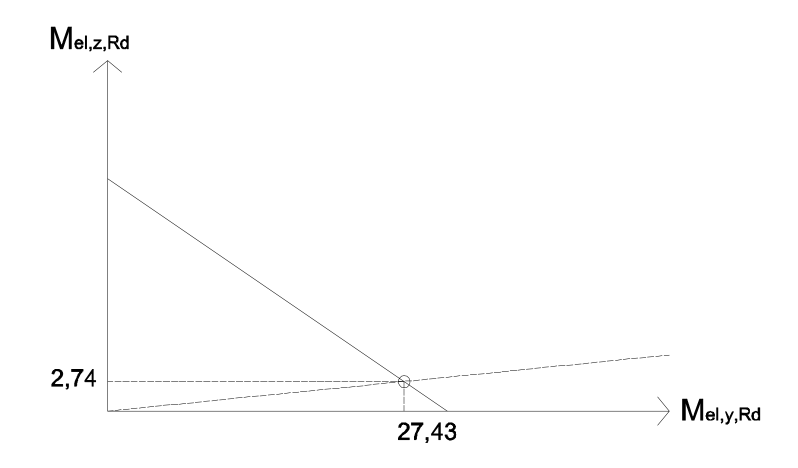
$M_{z,Ed} = M_{Ed}\text{sen}\alpha \approx 0{,}10M_{Ed}$

$$M_{Ed}\left(\frac{\cos\alpha}{M_{el,R,dy}} + \frac{\text{sen}\alpha}{M_{el,R,dz}}\right) \leq 1$$

$M_{Ed} \leq 27{,}56$ kNm

$M_{y,Ed} \leq 27{,}43$ kNm

$M_{z,Ed} \leq 2{,}74$ kNm



-Régimen plástico

El código técnico especifica la utilización de una fórmula lineal similar a la empleada para flexión elástica:

$M_{pl,Rdy} = 148 \times 261{,}9 \times \frac{1}{1000} = 38{,}76$ kNm ⟶ $\psi = 1{,}23$

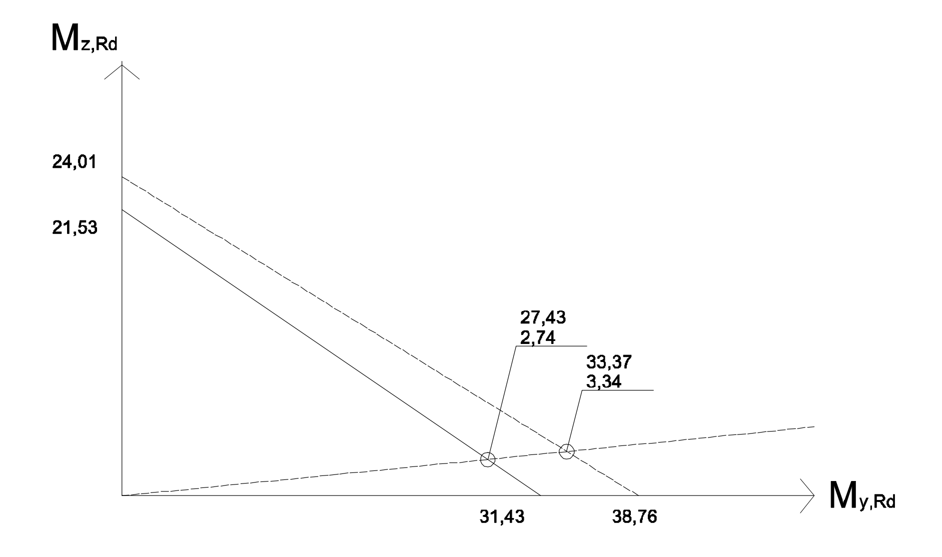
$M_{pl,Rdz} = 91{,}7 \times 261{,}9 \times \frac{1}{1000} = 24{,}01$ kNm ⟶ $\psi = 1{,}12$

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,Rdy}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,Rdz}} \leq 1$$

$M_{Ed} = 33{,}54$ kNm

$M_{y,Ed} = 33{,}37$ kNm

$M_{z,Ed} = 3{,}34$ kNm



Agotamiento real

El Eurocódigo 3 da una fórmula aproximada.

$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,Rdy}}\right]^{\alpha} + \left[\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}}\right]^{\beta} \leq 1$$

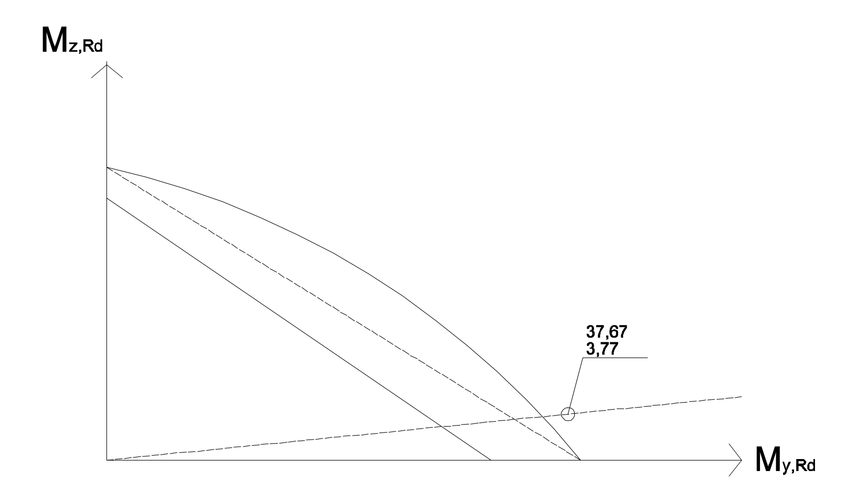
Para tubo rectangular: α=β=1,66, entonces:

$$\left[\frac{M_{Rd} \times 0{,}995}{38{,}76}\right]^{1{,}66} + \left[\frac{M_{Rd} \times 0{,}0995}{24{,}01}\right]^{1{,}66} \leq 1$$

M_{Rd} = 37,86 kNm

$M_{y,Rd}$ = 37,67 kNm

$M_{z,Rd}$ = 3,77 kNm



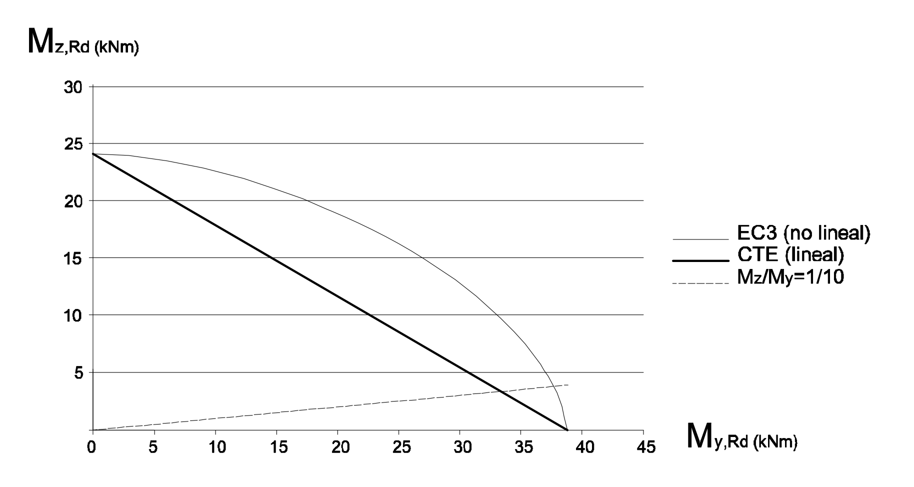
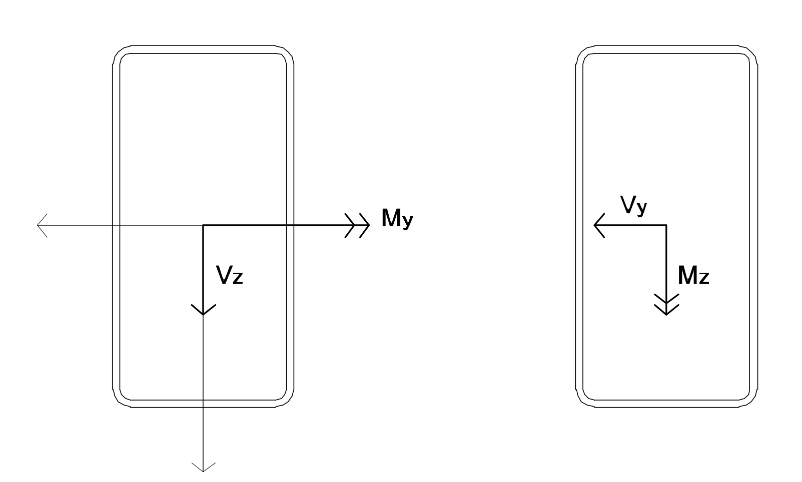


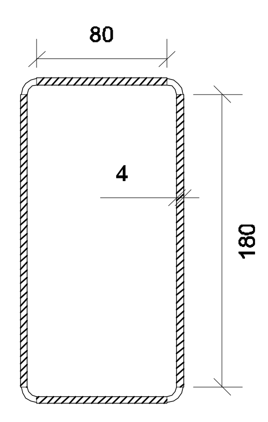
Diagrama de interacción My-Mz. Sección RHS 200.100.4

-Interacción flexión- cortante:



$$\frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = 151{,}2 \text{ MPa}$$

Metodo sencillo: asignar una resistencia plástica a cortante al alma, despreciar la curva.



$A_{vz} \approx 18 \times 0{,}4 \times 2 = 14{,}4\ cm^2$

$A_{vy} \approx 8 \times 0{,}4 \times 2 = 6{,}4\ cm^2$

Según formulación del Eurocódigo 3:

$A_{vz} = 15{,}27\ cm^2$

$A_{vy} = 7{,}63\ cm^2$

Entonces:

$$M_{w,pl,Rd,y} = 2 \times 18^2 \times \frac{0{,}4}{4} \times f_{yd} = 16{,}97\ kNm$$

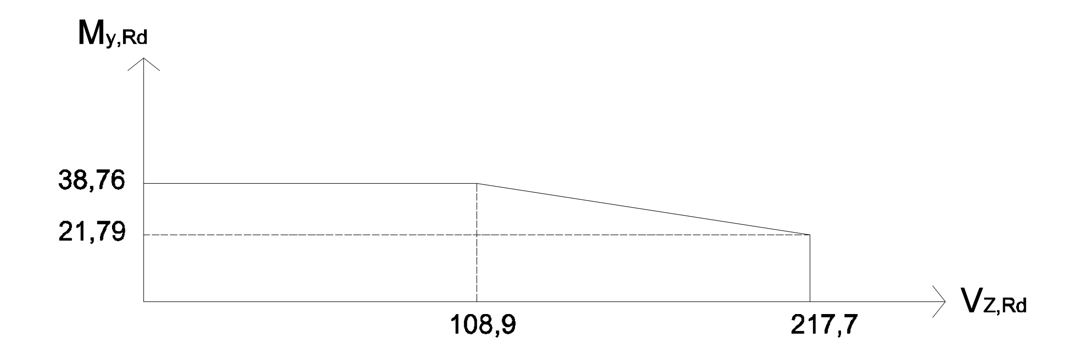
$$M_{w,pl,Rd,z} = 2 \times 8^2 \times \frac{0{,}4}{4} \times f_{yd} = 3{,}35\ kNm$$

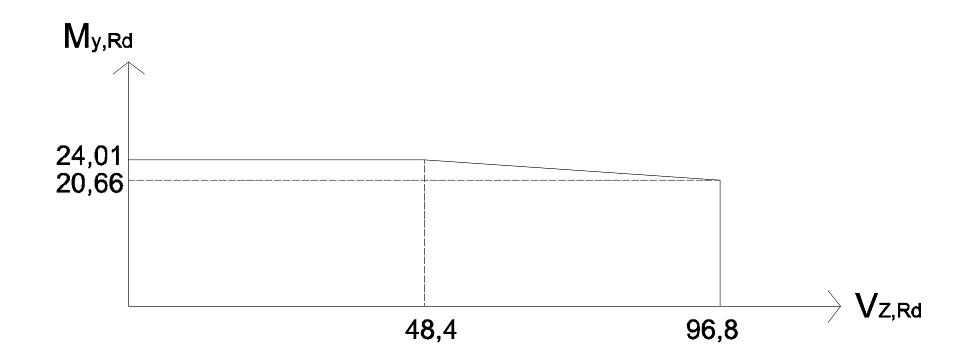
$V_{pl,Rd,z} = 14{,}4 \times 15{,}1 = 317{,}74\ kN$; $0{,}5V_{pl,Rd,z} = 103{,}9\ kN$

$V_{pl,Rd,y} = 6{,}4 \times 15{,}1 = 96{,}77\ kN$; $0{,}5V_{pl,Rd,z} = 48{,}4\ kN$

$M_{f,pl,Rd,y} = 38{,}76 - 16{,}97 = 21{,}79\ kNm$

$M_{f,pl,Rd,z} = 24{,}01 - 3{,}35 = 20{,}66\ kNm$





-Interacción M_z-M_y-V_z-V_y

Tensión tangencial en el alma V_z $\tau_{Edz} = \frac{V_{Edz}}{A_{vz}}$

V_y $\tau_{Edy} = \frac{V_{Edy}}{A_{vy}}$

Tensión “residual” en el alma V_z $f^{*}_{yd,z} = \sqrt{f^{2}_{yd} - 3\tau^{2}_{Edz}}$

V_y $f^{*}_{yd,y} = \sqrt{f^{2}_{yd} - 3\tau^{2}_{Edy}}$

Momentos reducidos $M_{pl,Rd,y} = f^{*}_{y,dy} \times W_{pl,y}$

$M_{pl,Rd,z} = f^{*}_{y,dz} \times W_{pl,z}$

Interacción de momentos $\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,Rdy}}\right]^{1,66} + \left[\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}}\right]^{1,66} \leq 1$

Además $V_{z,Ed} = V_{Ed}\cos\alpha$ $M_{z,Ed} = M_{Ed}\cos\alpha$

$V_{y,Ed} = V_{Ed}\text{sen}\alpha$ $M_{y,Ed} = M_{Ed}\text{sen}\alpha$

Como puede comprobarse la interacción puede despreciarse hasta $0,5V_{pl,Rd}$ incluso con cortante en ambas direcciones.

NOTAS

NOTAS

CUADERNO



Cuadernos.ijh@gmail.com
info@mairea-libros.com

